

Aufgabe 1: Eine Funktion f sei definiert durch:

$$f(n) = \begin{cases} f(n-1) + 3n(n-1) + 1 & \text{für } n > 1 \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$$

a) Füllen Sie die Wertetabelle mit den dazugehörigen Funktionswerten!

n		1		2		3		4		5		6
$f(n)$												

b) Welcher mathematische Zusammenhang besteht zwischen n und dem Funktionswert $f(n)$?

c) Schreiben Sie eine rekursive DELPHI-Funktion, die den Funktionswert $f(n)$ berechnet.

```
function f(n: integer): integer; { Rekursiver Algorithmus }
```

d) Schreiben Sie nun eine iterative DELPHI-Funktion, die den Funktionswert $f(n)$ berechnet.

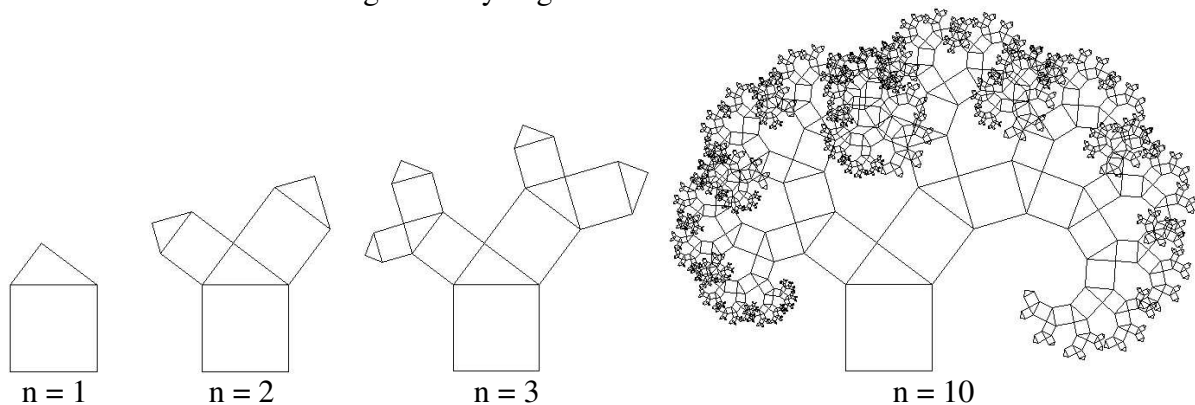
```
function f_it(n: integer): integer; { Iterativer Algorithmus }
```

Hinweis: Iterativ heißt, dass die Rekursion durch eine Schleife ersetzt wird.

Aufgabe 2: Eine Rekursive DELPHI-Prozedur

```
Pythagoras_Baum(n: Integer; Hypotenuse: Real);
```

zeichnet den folgenden Pythagoras-Baum:



a) Geben Sie die Implementierung der Prozedur an.

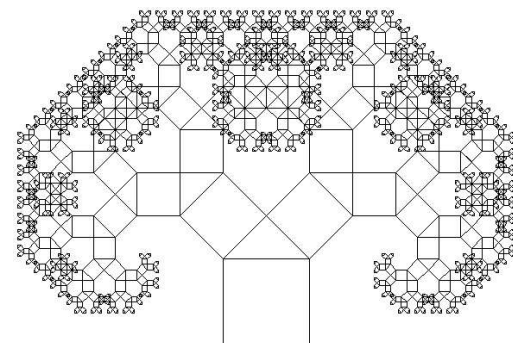
Hinweis: die rechtwinkligen Dreiecke haben stets die Winkel $\gamma = 90^\circ$, $\alpha = 53,1301^\circ$ und

$$\beta = 36,8699^\circ \text{ sowie die Seitenverhältnisse } \frac{a}{c} = \frac{4}{5} \text{ und } \frac{b}{c} = \frac{3}{5}.$$

b) Verallgemeinern Sie die Grafik, indem Sie dem Prozedurkopf eine Angabe für den Winkel α hinzufügen:

```
Pythagoras_Baum(n: Integer; Hypotenuse: Real;
alpha: Real);
```

Der Aufruf `Pythagoras_Baum(10, 100, 53.1301)` würde das gleiche Ergebnis wie zuvor liefern, der Aufruf `Pythagoras_Baum(10, 100, 45)` würde dagegen den rechts abgebildeten Baum erzeugen:



Aufgabe 3: Im *Morsealphabet* stehen zwei Zeichen, nämlich *Punkt* und *Strich* zur Verfügung. Dabei benötigt der Punkt *eine* Zeiteinheit, der Strich *zwei* Zeiteinheiten zur Übertragung.

- a) Die folgende Prozedur gibt alle Zeichenfolgen aus Punkt und Strich aus, welche in n Zeiteinheiten übertragbar sind:

```

procedure Ausgabe(n: integer; Zeichenkette: string);
begin
  if n = 0
  then MM_Morsecodes.Lines.Add(Zeichenkette)
    { Im Memo-Feld wird eine neue Zeile, die bis hier }
    { zusammengesetzte Zeichenkette, ausgegeben. }
    {                                     REKURSIONSANKER }
  else begin
    { Es stehen noch Zeiteinheiten zur Verfügung, }
    { also muss die Rekursion neu gestartet werden. }
    Ausgabe(n-1, Zeichenkette+ '•');
    if n > 1 then Ausgabe(n-2, Zeichenkette+ '-');
  end;
end;
end;

```

Welche Ausgabe erfolgt im Memo-Feld MM_Morsecodes, wenn die Prozedur mit dem Aufruf `Ausgabe(5, '')` gestartet wird?

Hinweis: Es werden insgesamt 8 Zeilen im Memo-Feld ausgegeben. Beachten Sie dabei die Reihenfolge der Morsecodes, welche von der Prozedur erzeugt werden.

- b) Wie viele verschiedene Zeichenfolgen (Nachrichten) aus Punkt und Strich lassen sich in n Zeiteinheiten übertragen? Schreiben Sie eine rekursive Funktion, welche diese Anzahl ermittelt:

```

function Anzahl(n: integer): integer;
begin
  { ... hier kommen ihre Programmzeilen hin ... }
end;

```

Aufgabe 4: Gegeben ist die folgende DELPHI-Funktion:

```

Function WBI(a,b: Integer): Integer;
Begin
  if b=0
  then WBI:= 1
  else if b=1
  then WBI:= a
  else WBI:= WBI(a,b div 2) * WBI(a,b-b div 2);
End;

```

- a) Beschreiben Sie den (mathematischen) Zusammenhang zwischen dem Funktionsergebnis WBI und den Input-Variablen a und b , wobei $a, b \geq 0$ sein sollen.
- b) Stellen Sie den rekursiven Abstieg des Funktionsaufrufs `WBI(10,7)` baumartig dar. und bestätigen Sie damit die Aussage aus Teilaufgabe a.